

## Civil engineering Statybos inžinerija

### VIETINIŲ ĮLINKIŲ IR ĮTEMPIŲ ĮTAKA KOMBINUOTAI STYGINEI KONSTRUKCIJAI

Edmundas BEIVYDAS\*

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Vilnius, Lietuva*

Gauta 2021 m. gegužės 19 d.; priimta 2021 m. lapkričio 30 d.

**Santrauka.** Straipsnyje aptariama vieno tarpatramio kombinuota styginė konstrukcija. Analizuojami 2 apkrovimo būdai, kai konstrukcija apkraunama paskirstytąja apkrova ir kai konstrukcija apkraunama centruotomis apkrovomis į statramsčius. Pateikiami tokių apkrovimo būdų sukelti įtempiai ir poslinkiai. Plačiau aptariamas išankstinio įtempimo efektas, kurį sukelia paskirstytoji apkrova ir vietiniai įlinkiai stygoje. Daroma prielaida, kad nuolatinės apkrovos vietinių įlinkių sukelti papildomi įtempiai gali būti traktuojami kaip išankstinis įtempimas. Prielaidai patvirtinti sulyginami 2 apkrovimo būdai: kai konstrukcija apkrauta centruotomis apkrovomis ir styga yra su papildomu išankstiniu įtempimu; kai konstrukcija apkrauta paskirstytąja apkrova be papildomo išankstinio įtempimo.

**Reikšminiai žodžiai:** tiltai, kabamosios konstrukcijos, kinematiniai poslinkiai, tamprieji poslinkiai, styga, vietiniai įlinkiai, vietiniai įtempiai, išankstinis įtempimas.

#### Įvadas

Kabamieji tiltai yra vieni iš seniausių tiltų istorijoje. Viena racionaliausių tiltų konstrukcijų yra vienajuostė konstrukcija (Gimsing, 1997; Katchurin, 1969; Strasky, 2005), tačiau tokios konstrukcijos dažniau naudojamos pėsčiųjų tiltams, o jos apybrėža sunkiau pritaikoma kitam transportui (pvz., automobilių, traukinių ir pan. eismui). Šiais laikais tokių konstrukcijų pagrindiniai laikantieji elementai gali būti projektuojami ir komponuojami iš plieno, anglies pluošto ar kitų kompozitinių medžiagų (Bleicher, 2011; Kulbach, 1999; Salamak & Markocki, 2012). Tokių konstrukcijų pagrindinis trūkumas, kad jos yra deformatyvios, esant asimetriniam apkrovimui (Beivydas, 2018; Chen et al., 2014; Greco et al., 2014; Kmet & Kokorudova, 2009; Schlaich et al., 2011). Norint, kad konstrukcija būtų efektyvesnė šiuo požiūriu, ją galima kombinuoti su papildoma juosta, taip sukuriant dvijuostę sistemą (Sandovič & Juozapaitis, 2012; Unitsky, 2006; Linkutė, 2015). Toks komponavimas leidžia suvaržyti vienajuosčiams būdingus kinematinis poslinkius. Vienas didžiausių įtaką kinematiniam poslinkiams turinčių parametrų – pradinis apatinio lyno įsvyris. Sukuriant dvijuostę sistemą, kai viršutinis lynas turi labai mažą pradinį įsvyrį arba jo išvis neturi, yra mažinami ki-

nematiniai poslinkiai, nes lynas be pradinio įsvyrio turi tik tampriuosius poslinkius. Apatinis lynas, turintis didesnę pradinį įsvyrį, puikiai dirba perimant simetrinio apkrovimo sukeltus tampriuosius poslinkius. Tokių konstrukcijų standumą galima reguliuoti išankstiniu viršutinės juostos įtempimu.

Kombinuota styginė konstrukcija (1 pav.) gali būti iš anksto įtempama ne tik pridėjus papildomą įtempimo jėgą stygoje, tačiau ir apkraunant konstrukciją skirtingais būdais. Kadangi viršutinė styga yra atremta ant statramsčių, apkrovus ją paskirstytąja apkrova (1 pav., c), dėl vietinių stygos įlinkių tarp statramsčių styga papildomai įsitempia ir yra sukuriamas išankstinio įtempimo efektas.

Straipsnyje yra pateikiama tokių konstrukcijų elgsena, analizuojant konstrukciją skaitiškai, kai apkrova centruota ir paskirsyta. Pateikiami poslinkių ir įtempių skirtumai bei aptariamos jų atsiradimo priežastys.

Taip pat yra pateikiama vietinių įlinkių ir įtempių apskaičiavimo metodika bei jų įtaka tokiai konstrukcijai, sukuriant išankstinio įtempimo efektą. Pateikiamos rekomendacijos, kada apkrovą geriau nukreipti į statramsčius, o kada išskirstyti per stygą.

\*Autorius susirašinėti. El. paštas [edmundas.beivydas@vilniustech.lt](mailto:edmundas.beivydas@vilniustech.lt)

## 1. Simetriškai ir asimetriškai apkrautos dvijuostės konstrukcijos poslinkiai ir įtempiai, lyginant skirtingus apkrovimo būdus

Projektuojant ir komponuojant nagrinėjamos konstrukcijos apkrovimą, galima ją apkrauti tiek į statramsčius, tiek į viršutinį laikantįjį elementą – stygą (1 pav.). Kai konstrukcija apkraunama į statramsčius, būtina įrengti skersines sijas, kuriomis yra perduodama visa išorės apkrova į statramsčius. Norint išvengti papildomų laikančiųjų elementų, apkrovą galima išskirstyti tiesiogiai ant stygos.

Šių dviejų apkrovimo būdų pagrindinis skirtumas – vietiniai įlinkiai ir įtempiai. Išskirsčius apkrovą ant stygos, styga tarp statramsčių papildomai deformuojasi, dėl to styga pailgėja ir sukuria papildomą ašinių įtempimą.

1 pav. galime matyti, kas vyksta su konstrukcija, ją apkrovus. Toliau pateikiami žymėjimų paaiškinimai:

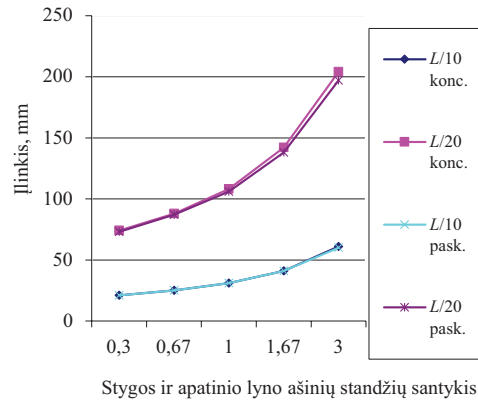
$\Delta f$  – dvijuostės konstrukcijos tamprusis poslinkis tarpatriamo viduryje;  $\Delta f_k$  – konstrukcijos kinematinis poslinkis tarpatriamo viduryje;  $\Delta f_{local}$  – vietinis stygos įlinkis;  $w_k$  ir  $w_{k.sum}$  – kinematinis (suvartymo) ir suminis poslinkis tarpatriamo ketvirtyje;  $w_{k.sum}$  – suminis poslinkis tarpatriamo ketvirtyje.

Grafikuose (2–3 pav.) pateikiami poslinkių palyginimai, kai apkrovimas simetrinis ir asimetrinis, esant skirtingiems apkrovimo būdams.

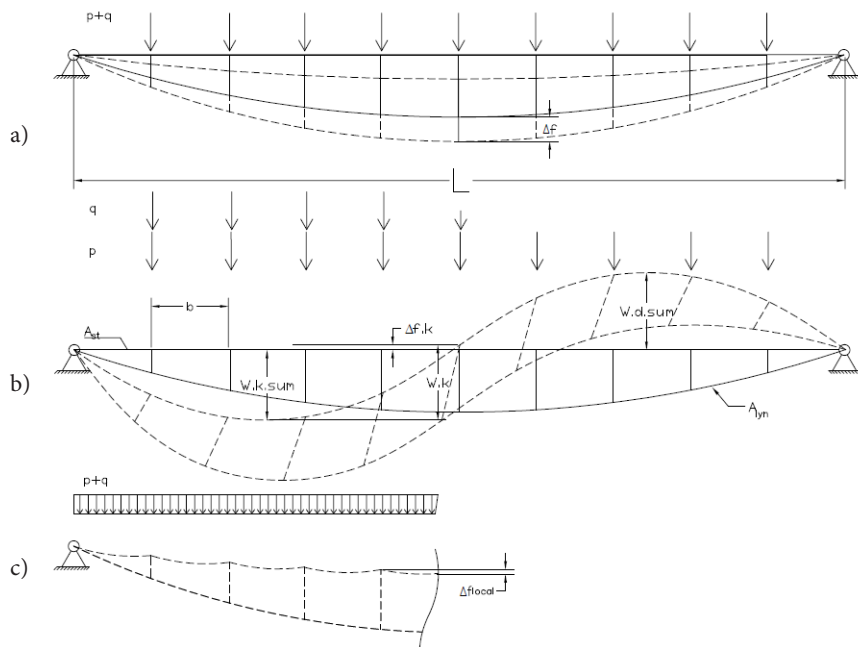
2 pav. matyti, kad, esant koncentruotosioms apkrovoms, konstrukcijos poslinkis yra didesnis nuo 3 iki 4 kartų, lyginant su atveju, kai apkrova paskirstytoji. Nors simetrinio apkrovimo atveju poslinkių skirtumai, priklausomai nuo apkrovimo būdo, praktiškai vienodi, asimetri-

nio apkrovimo atveju turime visai kitokią situaciją. 3 pav. pateiktame grafike matome kinematinį poslinkių skirtumą esant koncentruotajai iš paskirstytajai apkrovoms.

Kaip matyti 3 pav., priklausomai nuo apatinio lyno pradinio išvyrio ir stygos bei apatinio lyno ašinių standžių santykio, skirtumai tarp atvejo, kai apkrovos koncentruotosios ir paskirstytosios, skiriasi nuo 10 iki 33 procentų, t. y. poslinkiai mažesni, kai turime paskirstytąją apkrovą. Skirtumų atsiranda dėl vietinių įtempių, kai apkrova paskirstytoji.



2 paveikslas. Įlinkis nuo paskirstytosios ir koncentruotosios apkrovų, kai apkrovimas simetrinis, čia  $L$  – tarpatriamo ilgis; konc. – koncentruotoji apkrova; pask. – paskirstytoji apkrova  
Figure 2. Displacements from distributed and concentrated loads when the load is symmetrical, where  $L$  is the span length; konc. – concentrated load; pask. – distributed load

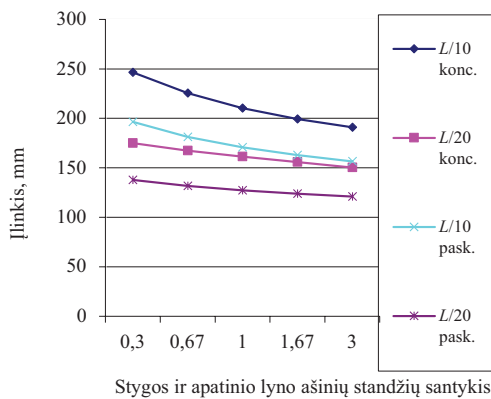


1 paveikslas. Kombinuota styginė konstrukcija: a) simetriškai apkrauta konstrukcija; b) asimetriškai apkrauta konstrukcija; c) paskirstytoji apkrova ir vietiniai įlinkiai  
Figure 1. Combined string structure: a) symmetrically loaded structure; b) asymmetrically loaded structure; c) distributed load and local displacements

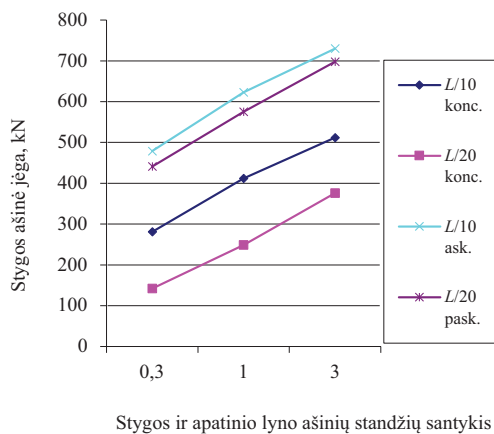
4 pav. yra pateikiamas įtempių stygoje grafikas, esant koncentruotajai ir paskirstytajai apkrovoms. Pateikiami tik asimetrinio apkrovimo atvejai, kadangi simetrinio apkrovimo atveju skirtumai tarp dviejų skirtingų apkrovimo variantų nėra dideli. Kadangi vietiniai įtempiai veikia tik stygą, o apatinio lyno ašinės jėgos, esant skirtingam apkrovimui, skiriasi tik iki 3 proc., simetrinio apkrovimo atvejais atskirai nepateikiamas.

4 pav. matome, kad įtempių skirtumai, priklausomai nuo apkrovos tipo, yra itin dideli. Kai apatinio lyno įsvyris  $L/10$ , ašinės jėgos skiriasi nuo 1,4 iki 1,7. Kai apatinio lyno įsvyris  $L/20$ , skirtumai jau nuo 1,9 iki 3,1 karto, lyginant paskirstytojo apkrovimo variantą su koncentruotojo apkrovimo variantu.

3 ir 4 pav. grafikuose matyti, kad, kuo didesnis yra stygos ašinis įtempimas, tuo mažesnius turime poslinkius.



3 paveikslas. Poslinkiai nuo paskirstytosios ir koncentruotosios apkrovų, kai apkrovimas asimetrinis, čia  $L$  – tarpatramio ilgis; konc. – koncentruotoji apkrova; pask. – paskirstytoji apkrova  
Figure 3. Displacements from distributed and concentrated loads with asymmetric loading, where  $L$  is the span length; konc. – concentrated load; pask. – distributed load



4 paveikslas. Stygos ašinės jėgos nuo paskirstytosios ir koncentruotosios apkrovų, kai apkrovimas asimetrinis, čia  $L$  – tarpatramio ilgis; konc. – koncentruotoji apkrova; pask. – paskirstytoji apkrova  
Figure 4. The axial forces of the string from the distributed and concentrated loads when the load is asymmetric, where  $L$  is the length of the span; konc. – concentrated load; pask. – distributed load

Grafikai atskleidžia, kad paskirstytosios apkrovos sukeltas papildomų įtempių išankstinio įtempimo efektas ypač naudingas, siekiant mažinti kinematinčius poslinkius.

## 2. Vietinių įlinkių ir įtempių apskaičiavimas ir įvertinimas

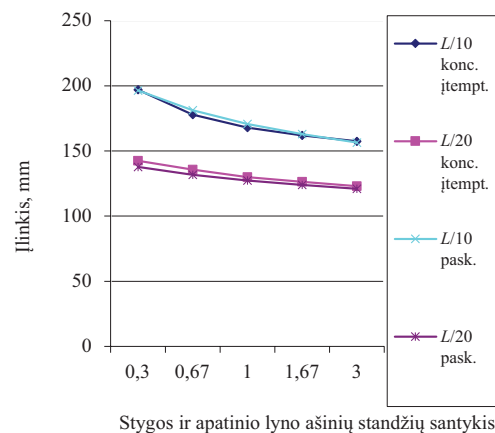
Vietinių įlinkių ir įtempių apskaičiavimo metodika jau yra aptarta (Beivydas, 2019).

$$H_{\text{string.local}} = \sqrt[3]{\frac{1}{24} \cdot \left[ g_{\text{total}}^2 \cdot \left( \frac{L}{n+1} \right)^2 \cdot E_{\text{string}} \cdot A_{\text{string}} \right]} ; \quad (1)$$

$$\Delta f_{\text{string.local}} = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \cdot \frac{g_{\text{total}} \left( \frac{L}{n+1} \right)^4}{E_{\text{string}} A_{\text{string}}}} , \quad (2)$$

čia  $H_{\text{string.local}}$  – vietinių įlinkių sukelta ašinė jėga;  $\Delta f_{\text{string.local}}$  – vietinis įlinkis;  $n$  – statramsčių skaičius;  $g_{\text{total}}$  – tolygiai paskirstyta suminė išorės apkrova;  $A_{\text{string}}$  – stygos skerspjūvio plotas;  $E_{\text{string}}$  – stygos tamprumo modelis.

Pasinaudojus (1) lygtimi galima apskaičiuoti vietinius įtempius ir patikrinti, ar šie papildomi įtempiai sukelia tokį patį efektą kaip išankstinis įtempimas. Būtina paminėti, kad išankstinio įtempimo efektą sukelia nuolatinės apkrovos sukelti vietiniai įtempiai, t. y. kalbant apie apkrovimo seką, apkrovus konstrukciją nuolatine apkrova į stygą, kuri sukelia vietinius įlinkius, styga iš anksto įsitempia ir, jau kraunant kintamąją apkrovą, ji dirba kaip iš anksto įtempta. Kintamosios apkrovos vietiniai įtempiai turi nežymią įtaką bendriesiems poslinkiams, tačiau juos būtina įvertinti, nes bendri įtempiai stygoje padidėja. Išankstinio įtempimo efekto prielaidai patikrinti 5 pav. grafike sulyginami 2 atvejai: kai apkrova koncentruotoji su pridėta išankstinio įtempimo jėga, lygia vietiniams įtempiams nuo nuolatinės apkrovos, ir kai apkrova paskirstytoji.



5 paveikslas. Stygos ašinės jėgos nuo paskirstytosios ir koncentruotosios apkrovų, kai apkrovimas asimetrinis, čia  $L$  – tarpatramio ilgis; konc. – koncentruotoji apkrova; pask. – paskirstytoji apkrova  
Figure 5. The axial forces of the string from the distributed and concentrated loads when the load is asymmetric, where  $L$  is the length of the span; konc. – concentrated load; pask. – distributed load

1 lentelė. Vietiniai įtempiai ir įlinkiai, sukelti nuolatinės apkrovos, apskaičiuoti analitiškai, kai  $f_0 = L/10$

Table 1. Local stresses and displacements due to constant loads calculated analytically at  $f_0 = L/10$

| $A_{st}/A_{lyn}$               | 0,33 | 0,6 | 1,0 | 1,67 | 3,0 |
|--------------------------------|------|-----|-----|------|-----|
| $\Delta f_{string,local}$ , mm | 52   | 46  | 41  | 39   | 36  |
| $H_{string,local}$ , kN        | 299  | 342 | 377 | 406  | 431 |

5 pav. grafike matome, kad prielaida, jog vietiniai nuolatinės apkrovos įtempiai sukuria poveikį, analogišką išankstiniam įtempimui, yra teisinga. Atvejai, kai apkrova paskirstytoji ir kai apkrova koncentruotoji, tik su pridėtu papildomu išankstiniu įtempimu, skiriasi iki 3 proc.

Galime prieiti prie išvados, kad papildoma nuolatinė apkrova, paskirstyta ant viršutinio elemento – stygos, gali būti naudojama kaip vienas iš išankstinio įtempimo būdų, tai ypač aktualu, kai konstrukcijoje atsiranda kinematinų poslinkių, esant asimetriniam apkrovimui.

## Išvados

Nagrinėta kombinuota styginė konstrukcija ir vietinių įlinkių bei įtempių įtaka bendrai konstrukcijos elgsenai. Apkrovos konstrukciją dviem skirtingais būdais, t. y. kai apkrovos koncentruotosios ir kai apkrovos paskirstytosios, patvirtinta prielaida, kad paskirstytosios nuolatinės apkrovos sukelti vietiniai įtempiai gali būti traktuojami kaip papildomas išankstinis įtempimas. Skaitinė poslinkių ir įtempių analizė parodė, kad apkrovimo būdas praktiškai neturi įtakos poslinkiams ir įtempimams, jei konstrukcija apkrauta simetriškai. Didesnis efektas yra pasiekiamas, kai konstrukcija yra apkrauta asimetriškai. Čia, priklausomai nuo apkrovimo būdo, turime iki 4 kartų mažesnius poslinkius, jei apkrovą paskirstysime, taip suteikdami stygai išankstinį įtempimą.

Remiantis anksčiau įrodyta prielaida, konstrukciją galima iš anksto įtempti ir pasirenkant atitinkamą apkrovimo būdą (paskirstytąją apkrovą). Komponuojant konstrukciją, nuolatinę apkrovą paskirstant ant stygos, bus gautas išankstinio įtempimo efektas, tai mažins konstrukcijos kinematinius poslinkius. Toks išankstinio įtempimo būdas patogus, kadangi tam nereikalinga įrenginėti atskirus domkratus ar kitokius technologinius sprendinius, kurie reikalingi, kad būtų galima iš anksto įtempti stygą.

## Literatūra

Beivydas, E. (2018). Vieno tarpatramio kabamosios kombinuotos styginės konstrukcijos skaitinė analizė. *Mokslas – Lietuvos ateitis*, 10, 1–5. <https://doi.org/10.3846/mla.2018.2867>

Beivydas, E. (2019). A simplified calculation method for symmetrical loading of a single-span composite string steel structure. *Engineering Structures and Technologies*, 11(2), 70–73. <https://doi.org/10.3846/est.2019.11323>

Bleicher, A. (2011). *Aktive Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit pneumatischen Aktuatoren*. Von der Fakultät VI – Planen Bauen Umwelt der Technischen Universität Berlin zur Erlangung des akademischen Grades. <https://doi.org/10.1002/bate.201201539>

Chen, Z., Cao, H., Zhu, H., Hu, J., & Li, S. (2014). A simplified structural mechanics model for cable-truss footbridges and its implications for preliminary design. *Engineering Structures*, 68, 121–133. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.02.015>

Gimsing, N. J. (1997). *Cable supported bridges: Concept and design* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Greco, L., Impollonia, N., & Cuomo, M. (2014). A procedure for the static analysis of cable structures following elastic catenary theory. *International Journal of Solids and Structures*, 51, 1521–1533. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.01.001>

Katchurin, V. K. (1969). *Static design of cable structures*. Stroyizdat (in Russian).

Kmet, S., & Kokorudova, Z. (2009). Non-linear closed form computational model of cable trusses. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44(7), 735–744. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2009.03.004>

Kulbach, V. (1999). Half-span loading of cable structures. *Journal of Constructional Steel Research*, 49(2), 167–180. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00215-6](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00215-6)

Linkutė, E. (2015). *Arrangement and behaviour analysis of prestressed string steel bridges* [Master's thesis]. Vilnius Gediminas Technical University.

Salamak, M., & Markocki, B. (2012). *Trwałość konstrukcji wstępowej z betonem sprężonym w świetle próbnych badań kładki pieszo – jezdnej w m. Lubień* [Conference presentation]. Wrocławskie Dni Mostowe Trwałość obiektów mostowych Wrocław, Wrocław.

Sandovič, G., & Juozapaitis, A. (2012). The analysis of the behaviour of an innovative pedestrian steel bridge. *Procedia Engineering*, 40, 411–416. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.117>

Schlaich, M., Bogle, A., & Bleicher, A. (2011). *Entwerfen und konstruieren massivbau*. Institut für Bauingenieurwesen Technische Universität Berlin.

Strasky, J. (2005). *Stress-ribbon and supported cable pedestrian bridges*. Thomas Telford Ltd.

Unitsky, A. (2006). *String transport in questions and answers*. Moscow.

## INFLUENCE OF LOCAL DISPLACEMENTS AND STRESSES ON COMBINED STRING STRUCTURE

### E. Beivydas

#### Abstract

The article discusses the combined string construction of a single span. 2 load methods are analyzed when the structure is loaded with a distributed load and when the structure is loaded with concentrated loads on the struts. The stresses and displacements caused by such loading methods are given. The effect of prestressing caused by the distributed load and local deflections in the string is discussed in more detail. It is assumed that the additional stresses caused by local displacements under constant load can be treated as prestressing. To confirm the assumption, 2 loading methods are compared: when the structure is loaded with concentrated loads and the string is subjected to additional prestressing; when the structure is subjected to a distributed load without additional prestressing.

**Keywords:** bridges, suspension structures, kinematic displacements, elastic displacements, string, local displacements, local stresses, prestressing.