

Sistemų inžinerija, kompiuterių technologija T 120

EKONOMIŠKAS INTERPOLIATORIUS $\Sigma\Delta$ SA KEITIKLYJE

Vytenis Puidokas

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: vytenis.puidokas@el.vgtu.lt

Santrauka. Trumpai aptarta interpolatoriaus vieta $\Sigma\Delta$ skaičius analogas keitikliuose. Pateikta apibendrinta interpolatoriaus struktūrinė schema. Pasiūlytos ir išanalizuotos tinkamesnės interpolatorių struktūros lyginant su analogu. Pakeitus nepilnojo interpolatoriaus struktūrą ir optimizavus pakopas, sugebėta su mažiau nenulinių koeficientų ir gerokai mažiau LPL matricos resursų amplitudės perdavimo charakteristiką pagerinti net 17 dB. Pilnos keitiklio sistemos (interpolatoriaus, moduliatoriaus, išėjimo filtras) eksperimentinis tyrimas parodė, jog suprojektuotas interpoliatorius (įskaitant 17 dB laimėjimą) tinka tik ribotam moduliatorių ratui. Sistemai pasiūlytas dar vienas – trijų pakopų interpolatoriaus variantas, užtikrinantis visos sistemos pašalinės dažnių juostos slopinimą virš 99 dB vietoj buvusių 66 dB (arba 49 dB atraminiam variante).

Reikšminiai žodžiai: interpoliatorius, sigma, delta, SAK, LPL matrica.

Įvadas

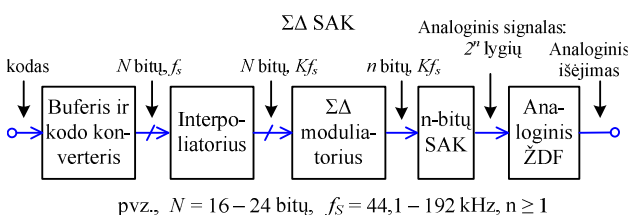
Dažnai Sigma-Delta ($\Sigma\Delta$) skaičiaus analogo keitikliuose (SAK) naudojami interpolatoriai, kurie turi sudėtingą elektrinę schemą ir užima didesnę keitiklio lusto plotą dalį nei pats $\Sigma\Delta$ moduliatorius (Fujimori *et al.* 2000; Huang *et al.* 2006; Schreier *et al.* 2005).

Straipsnyje nagrinėjama interpolatoriaus vieta Sigma-Delta SAK. Pasiūlytos ir išanalizuotos ekonomiškesnės interpolatoriaus schemas palyginant su (Huang *et al.* 2006). Pateikiami šių schemų eksperimentinio tyrimo rezultatai, kurie užtikrina pašalinės juostos slopinimą > 99 dB vietoj 49 dB.

Interpolatoriaus vieta Sigma-Delta SAK'uose

$\Sigma\Delta$ SAK (1 pav.) susideda iš interpoliacinio filtro, $\Sigma\Delta$ moduliatoriaus, kuris signalui veikia kaip žemo dažnio filtras, o kvantavimo triukšmui – kaip aukšto dažnio filtras, ir n bitų SAK, kurio išėjimas perjunginėjamas tarp atraminių įtampų (srovių). Gautas signalas nufiltruojamas analoginiu žemo dažnio filtru (ŽDF).

Interpoliatorius padidina imčių dažnį ir nuslopina visus pašalinius vaizdus (angl. *images*) tarp pagrindinės



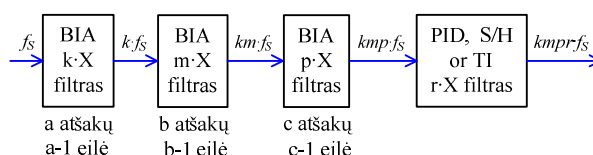
1 pav. Sigma-Delta SAK

Fig. 1. Sigma-Delta D/A converter

juostos ir $OSR \cdot f_s$ (perdiskretizavimo santykis kart diskretizacijos dažnis). Tai pagerina triukšmo formavimo kilpos ($\Sigma\Delta$ moduliatoriaus) dinaminį diapazoną ir sumažina analoginio išėjimo filtro reikalavimus.

Bendroji interpolatoriaus struktūra

Apibendrinta labiausiai paplitusi interpolatoriaus struktūra pateikta 2 paveiksle. Pakopų skaičius gali būti didesnis ar mažesnis, priklausomai nuo poreikio. Kiekvieną pakopą sudaro interpoliaciniai žemo dažnio filtrai. Pirmosiose pakopose dominuoja aukštesnės eilės tradiciniai baigtinio impulso atsako (BIA, angl. *finite impulse response*) filtrai, kur galioja nelygybė $a \geq b \geq c$. Paskutinėje pakopoje panaudojami aparatinių resursų atžvilgiu efektyvūs, dažniausiai pakopinis integratorių diferenciatorių (PID, angl. *cascaded integrator-comb*), S/H grandinė (angl. *sample and hold*) bei tiesinės interpoliacijos (TI, angl. *linear interpolator*) filtrai. Natūriniai skaičiai k, m, p, r nurodo kiekvienos pakopos interpoliacijos indeksą (angl. *interpolator factor*). Paprastai $k \leq m \leq p \leq r$. Bendrasis interpoliacijos indeksas dažniausiai vadinamas perdiskretizavimo santykiu (angl. *oversampling ratio* – OSR) ir yra lygus kiekvienos pakopos interpoliacijos indeksų sandaugai: $OSR = k \cdot m \cdot p \cdot r$.



2 pav. Apibendrinta interpolatoriaus struktūra

Fig. 2. Generalized structure of the interpolator

44 ar net 43 nenuliniai koeficientai?

Viena iš galimų interpoliatoriaus realizacijų (Huang *et al.* 2006) turi tris pakopas, kur $k = 2$, $m = 4$, $r = 8$ ir $OSR = 64$; $a = 47$, $b = 20$, o paskutinėje pakopoje panaudota S/H grandinė. Kadangi minėtame straipsnyje pateiktos interpoliatoriaus perdavimo charakteristikos be paskutinės S/H pakopos, kalbant apie tokią struktūrą, ji bus vadinama nepilnuoju interpoliatoriumi.

Minėto straipsnio autoriai tikrai pasistengė, mažinant interpoliatoriaus naudojamus resursus. Pasak jų, ką patvirtina ir šio straipsnio autorių pakartotinis tyrimas, nepilnojo interpoliatoriaus charakteristikos: pašalinės juostos slopinimas 49 dB, pralaidumo juostos netolygumas 0,06 dBp-p (nuo piko iki piko; kas matosi iš pateikto grafiko, o ne amplitudinė vertė, kaip rašoma tekste – t. y. dar geriau nei rašoma), pralaidumo juostos ribinis dažnis 19,4 kHz. Pirmojoje pakopoje beveik pusė filtro koeficientų yra nuliai, kas reiškia, jog nepilnajame interpoliatoriuje tėra tik $24 + 20 = 44$ nelygūs nuliui koeficientai. Kadangi filtrai simetriniai – tėra tik 22 skirtingi koeficientai.

Norint pasiekti tokią perdavimo charakteristiką, sintetinant programoje MATLAB *Multirate Multistage* filtrą automatiškai režimu, gauname $74 + 21 = 95$ (*intermediate optimization*) ir $70 + 11 = 81$ (*advanced optimization*) nenulinį koeficientą. Šie filtrai taip pat simetriniai, taigi bus atitinkamai 48 ir 41 skirtingi koeficientai. Kas beveik dvigubai daugiau nei autorių iš (Huang *et al.* 2006).

Šio straipsnio autoriams pavyko realizuoti interpoliatorių turintį keturias pakopas, kur $k = 2$, $m = 2$, $p = 2$, $r = 8$ ir $OSR = 64$; $a = 55$, $b = 15$, $c = 9$, o paskutinėje pakopoje taip pat panaudota S/H grandinė.

Norint geriau palyginti, pagrindinės nepilnojo interpoliatoriaus charakteristikos išlaikytos ne prastesnės: pralaidumo juostos netolygumas mažesnis nei 0,06 dBp-p, kai pralaidumo juostos ribinis dažnis 19,4 kHz, pašalinės juostos slopinimas didesnis už 66 dB (3 pav.). Pilnasis interpoliatorius yra gautas, kaip ir atraminiam straipsnyje – panaudojus S/H grandinę. Tačiau nuostabiausia, jog 17 dB išlošimui neprireikė daugiau resursų. Netgi priešingai – nepilnajame interpoliatoriuje tėra tik $29 + 9 + 5 = 43$ nelygūs nuliui koeficientai, t. y. vienu mažiau. Esmė – optimizuota struktūra, kurioje panaudoti pusės juostos (angl. *halfband*) filtrai, kurių beveik pusė koeficientų yra lygūs nuliui. Beje, šie filtrai taip pat simetriniai, kas reiškia, jog skirtingų koeficientų yra beveik dvigubai mažiau.

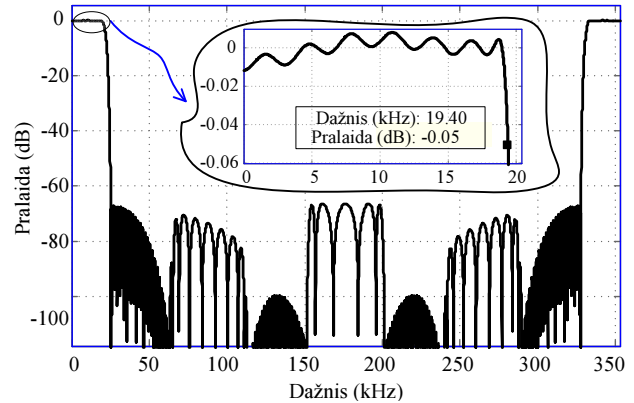
Toliau pateiti išsamūs filtrų sintetinio parametrai naudoti programos MATLAB *fdatool* įrankyje.

Visiems bendri parametrai: *Structure – Direct-Form FIR Polyphase Interpolator; Response Type – Halfband Lowpass; Design Method – Equiripple; Density Factor – 500; Interpolation Factor – 2.*

1-as: eilė: 54; $F_s = 44,1 \cdot 2 \text{ kHz}$; $F_{pass} = 19,03 \text{ kHz}$.

2-as: eilė: 14; $F_s = 44,1 \cdot 4 \text{ kHz}$; $F_{pass} = 23,5 \text{ kHz}$.

3-ias: eilė: 8; $F_s = 44,1 \cdot 8 \text{ kHz}$; $F_{pass} = 21,0 \text{ kHz}$.



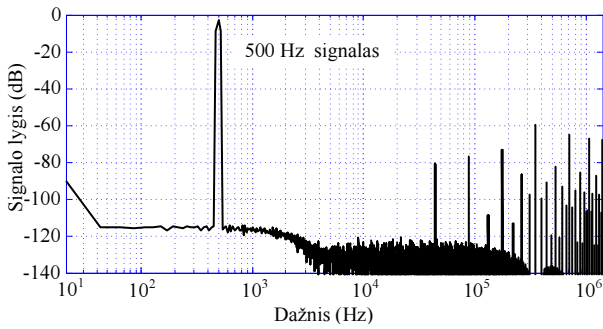
3 pav. Nepilnojo interpoliatoriaus dažninė amplitudės charakteristika

Fig. 3. Incomplete interpolator magnitude response

Dviejų kanalų interpoliatorius buvo susintetintas Xilinx System Generator paketu, Xilinx Spartan XC3S400 LPL matricioje. Interpoliatoriaus filtrai buvo realizuoti paskirstytos aritmetikos struktūra (norint nenaudoti Block RAM bei dedikuotu aparatinių daugintuvų, kurie gali praversti likusioms grandinėms). LPL matrica buvo taktuojama 50 MHz dažniu. Įėjimo žodžio ilgis – 18 bitų. Interpoliatorius nebuvo optimizuotas žemame lygyje, kas galėtų dar sumažinti naudojamus resursus (Puidokas *et al.* 2008), nes jis ir taip užėmė gerokai mažiau nei (Huang *et al.* 2006): 777 *slices*, 1312 *slice Flip Flops*, 894 *4-input LUTs*, 72 *input/output blocks*; 0 *Block RAMs*, 0 *Embedded multipliers*, 0 *Tristate Buffers*.

Kas dar svarbu?

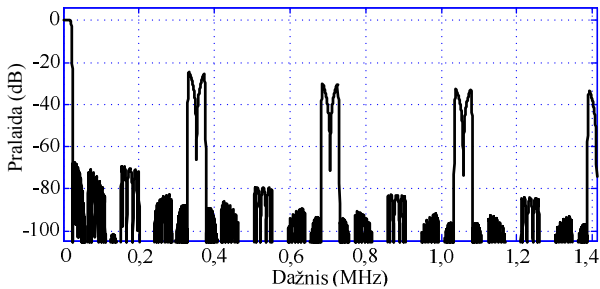
Atraminiam straipsnyje (Huang *et al.* 2006: 7 pav.) pateiktas išėjimo spektras esant skirtingiems įėjimo signalams. Tai svarbi charakteristika, tačiau be reikalo apsiurbta ties 20 kHz: pratęsus ją iki $F_s/2$, kas mūsų atveju yra 1411,2 kHz, gautume daugiau informacijos. Tokia charakteristika, kai įėjime veikia 500 Hz sinusinis signalas pateikta 4 paveiksle. Greitojoje Furjė transformacijoje (GFT, angl. *fast Fourier transform*) panaudota 2^{17} imčių, kaip ir (Huang *et al.* 2006).



4 pav. Pilnojo interpolatoriaus išėjimo spektrinis tankis

Fig. 4. Power spectrum density of complete interpolator output

Dažnių ruože iki 20 kHz vaizdas praktiškai nepasikeitęs, tačiau aukštesniuose dažniuose matosi pašaliniai pikai. Kodėl taip atsitinka, paaiškina pilnojo interpolatoriaus amplitudės perdavimo charakteristika (5 pav.), kuri, tikriausiai dėl vietos stygiaus, minėtame straipsnyje nepateikta. Jų perdavimo charakteristika yra praktiškai identiška duotajai, tik slopinimas tarp iškilusių „pikų“ yra 17 dB prastesnis, nes paskutinės pakopos nesiskiria. Pilnojo interpolatoriaus pralaidumo juostos slopinimas ties 19,4 kHz abiem atvejais neviršija 0,1 dB.



5 pav. Pilnojo interpolatoriaus dažninė amplitudės charakteristika

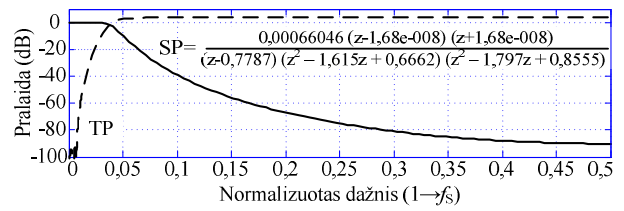
Fig. 5. Magnitude response of complete interpolator

Koks interpolatorius dar tenkina?

Žvelgiant į 5 pav., kyla klausimas: „Kur suprojektuotas interpolatorius gali tikti?“ Iš tikrųjų tai priklauso, kam jis bus naudojamas, t. y. kokios grandinės eis po jo. Jei sekančių grandinių charakteristikos tiksliai nežinomos, tai projektuoti galima blogiausiam atvejui, kaip tai buvo padaryta (Puidokas *et al.* 2008).

Imkime konkrečią situaciją, kai interpolatorius naudojamas kartu su $\Sigma\Delta$ moduliatoriumi (Puidokas *et al.* 2008), kurio signalo ir triukšmo perdavimo charakteristikos tokios, kaip parodyta 6 paveiksle.

Laikome, jog moduliatoriaus išėjime yra analoginis 3 eilės Čebiševo (angl. *Chebyshev*) filtras, kurio ribinis dažnis 22 kHz, kai pralaidumo juostos netolygumas 0,5 dBp-p. Tuomet, neįskaičius moduliatoriaus įnešamo

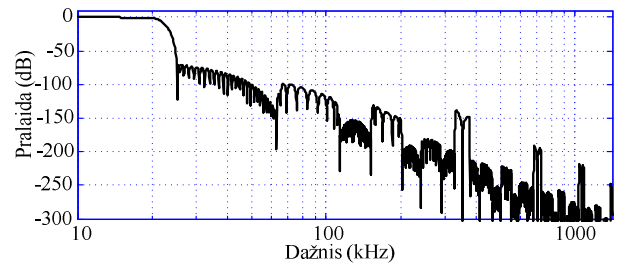


6 pav. $\Sigma\Delta$ moduliatoriaus signalo ir triukšmo perdavimo charakteristikos (atitinkamai SP ir TP)

Fig. 6. Signal and noise transfer functions of $\Sigma\Delta$ modulator

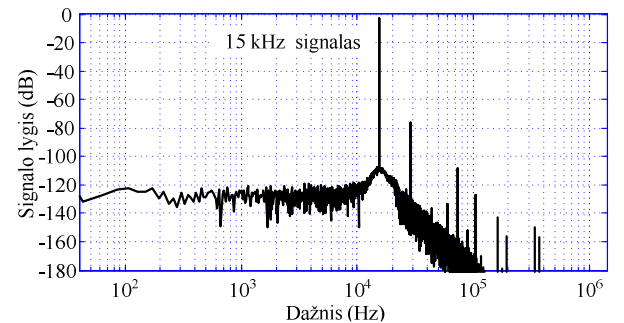
kvantavimo triukšmo, visos sistemos amplitudės dažninę charakteristiką gauname tokią, kaip parodyta 7 paveiksle. Sistemos išėjimo spektras, kai įėjime veikia 15 kHz sinusinis signalas, pateiktas 8 paveiksle. GFT panaudota 2^{17} imčių, kaip ir (Huang *et al.* 2006).

Išėjimo spektras, esant 500 Hz sinusiniam signalui, pakankamai švarus ir interpolatoriaus tikimas sistemai abejonių nekelia (charakteristika nepateikta). Tačiau, kaip iš pastarojo paveikslo matosi, į sistemą padavus 15 kHz signalą, interpolatoriaus tinkamumas atsiduria po klausuku, kadangi dažnių juostos 22 – 50 kHz slopinimas dažniausiai yra nepakankamas. Įskaitant, jog toli gražu ne visi $\Sigma\Delta$ moduliatoriai turi tokią stačią SP charakteristiką (Schreier *et al.* 2005), peršasi išvada, jog suprojektuotas interpolatorius tinka tik labai ribotam moduliatorių ratui. Tokiu atveju, atraminio interpolatoriaus, kurio charakteristika per 17 dB prastesnė, tinkamumas „for portable di-



7 pav. Pilnos sistemos dažninė amplitudės charakteristika

Fig. s7. Magnitude response of whole system

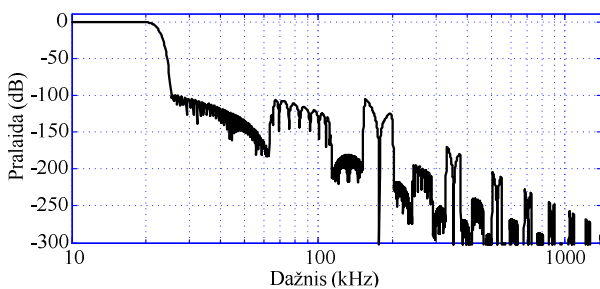


8 pav. Pilnos sistemos išėjimo spektras neįskaitant kvantavimo triukšmo, kai įėjime veikia 15 kHz sinusinis signalas

Fig. 8. Power spectrum of whole system output without quantization noise, when 15 kHz sine signal operates in input

gital audio system“ (kaip rašoma (Huang *et al.* 2006)) yra greičiau išimtis nei taisyklė.

Galiausiai, žinant, kas eis po interpoliatoriaus, galima parinkti labai ekonomišką, tik tai sistemai tinkantį interpoliatorių. Vienas iš galimų sprendimų minėtai sistemai galėtų būti interpoliatorius turintis tris pakopas, kur $k = 2$, $m = 2$, $r = 16$ ir $OSR = 64$; $a = 87$, $b = 15$, o paskutinėje pakopoje panaudotas PID filtras (su parametrais: *Differential delay* – 1, *Number of sections* – 2). Nepilnajame interpoliatoriuje tėra tik $43 + 9 = 52$ nelygūs nuliui koeficientai. Pirmojo filtro išėities parametrai identiški anksčiau modeliuotiems, tik padidinta filtro eilė, o antrasis filtras paliktas be pakeitimų. Sistemos amplitudės perdavimo charakteristika pateikta 9 paveiksle.



9 pav. Sistemos su priderintu interpoliatoriumi dažninė amplitudės charakteristika

Fig. 9. Magnitude response of whole system with tuned filter

Susintetinant pastarąjį dviejų kanalų filtrą LPL matricoje (prie tokių pačių parametru kaip ir ankstesni), filtras pareikalavo: 761 *slices*, 1296 *slice Flip Flops*, 969 *4-input LUTs*, 72 *input/output blocks*; 0 *Block RAMs*, 0 *Embedded multipliers*, 0 *Tristate Buffers*. Kas reiškia, jog jam prireikė net mažiau resursų nei ankstesniam filtrui!

Bene vienintelis pastarojo interpoliatoriaus trūkumas, jog, pilnojo interpoliatoriaus pralaidumo juostos slopinimas ties 19,4 kHz jau siekia 0,35 dB vietoj buvusių 0,1 dB. Tačiau įskaitant, jog analoginis išėjimo filtras ir taip viską „pagadina“ per 0,5 dB, tai yra tikrai vertas „mokestis“ už pašalinės juostos slopinimą > 99 dB vietoj buvusių 66 dB (arba 49 dB atraminiam interpoliatoriaus variante).

Išvados

1. Pakeitus nepilnojo interpoliatoriaus struktūrą ir optimizavus pakopas, sugebėta su mažiau nenulinių koeficientų (43 vietoj 44) ir gerokai mažiau LPLM resursų, amplitudės perdavimo charakteristiką pagerinti net 17 dB.

2. Atlikus pilnos sistemos (interpoliatorius, modulatorius, išėjimo filtras) modeliavimą, deja nustatyta, jog suprojektuotas interpoliatorius (įskaitant 17 dB laimėjimą) tinka tik labai ribotam moduliatorių ratui.

3. Pasiūlytas dar vienas ekonomišką trijų pakopų su CIC filtru interpoliatoriaus variantas, geriau tinkantis minėtai sistemai, užtikrinantis pašalinės juostos slopinimą didesnę nei 99 dB vietoj buvusių 66 dB ar 49 dB.

4. Parodyta, jog modeliuojant pilnos sistemos spektrinio tankio charakteristikas, galima nustatyti, kurioje interpoliatoriaus filtrų vietoje galima sutaupyti aparatinės resursų ir tuo pačiu sumažinti jo užimamą plotą integrinio keitiklio grandyno luste. Kas ne visad akivaizdu, nagrinėjant mazgus paskirai.

Literatūra

- Fujimori, I.; Nogi, A.; Sugimoto, T. 2000. A multibit Delta-Sigma audio DAC with 120-dB dynamic range, *IEEE Solid-State and Integrated Circuit Technology* 35(8): 1066–1073. doi:10.1109/4.859495
- Huang, X.; Han, Y.; Chen, L. 2006. The design and FPGA verification of a general structure, area-optimized interpolation filter used in Σ - Δ DAC, *IEEE Solid-State and Integrated Circuit Technology* 2111–2113.
- Puidokas, V.; Marcinkevičius, A. J. 2008. Research on characteristics of audio DAC Sigma-Delta modulator on field programmable gate array, *Electronics and Electrical Engineering* 5(85): 39–42.
- Schreier, R.; Temes, G. C. 2005. *Understanding Delta-Sigma Data Converters*. New York: IEEE Press. ISBN 0-471-46585-2.

ECONOMICAL INTERPOLATOR IN A $\Sigma\Delta$ D/A CONVERTER

V. Puidokas

Abstract

The place of interpolator in $\Sigma\Delta$ DACs was briefly discussed. The summarized structure of the most common interpolators was provided. The more applicable interpolators' structures were suggested and analyzed in comparison with similar one. Having changed the structure of incomplete interpolator and having optimized the stages, it was possible to improve the characteristic of amplitude transfer by 17 dB with less non-zero coefficients and much less FPGA resources. After experimental research of the full converter system (interpolator, modulator and output filter) it was defined that the designed interpolator (including 17 dB gaining) suits only a very limited set of modulators. Another version of interpolator was offered for the system, ensuring the suppression of the additional frequency band in the whole system above 99 dB instead of the previous 66 dB (or 49 dB in the similar version of interpolator).

Keywords: interpolator, sigma, delta, DAC, FPGA.