

# ANALYSIS OF CONSTRUCTION ON ELASTIC FOUNDATION WITH EVALUATION OF ALL SYSTEM DEAD WEIGHT

A. Grigusevičius , S. Kalanta & A. Krutinis

To cite this article: A. Grigusevičius , S. Kalanta & A. Krutinis (2001) ANALYSIS OF CONSTRUCTION ON ELASTIC FOUNDATION WITH EVALUATION OF ALL SYSTEM DEAD WEIGHT, Statyba, 7:2, 115-121, DOI: [10.1080/13921525.2001.10531712](https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531712)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531712>



Published online: 30 Jul 2012.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 81

---

## KONSTRUKCIJŲ ANT TAMPRAUS PAGRINDO SKAIČIAVIMAS ĮVERTINANT VISOS SISTEMOS SAVĄJĮ SVORĮ

A. Grigusevičius, S. Kalanta, A. Krutinis

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

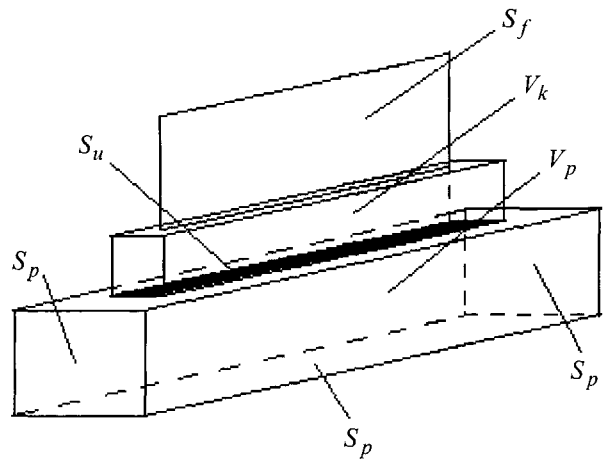
### 1. Įvadas

Konstrukcijų ant tampraus pagrindo skaičiavimas iki šiol formuluojamas kaip kontaktinis uždavinys [1, 2]. Esant tokiam formulavimui įtempimų ir deformacijų būvis nagrinėjamas kontakto tarp konstrukcijos ir pagrindo paviršiuje. Tačiau negalima įvertinti deformuojamo pagrindo savojo svorio įtakos ir įtempimų bei deformacijų pasiskirstymo pagrinde. Šio straipsnio tikslas – išspręsti šią aktualią konstrukcijų ant tampraus pagrindo skaičiavimo problemą, leidžiančią patikslinti įtempimų ir deformacijų būvį sistemoje, įvertinant ne tik konstrukcijos, bet ir deformuojamo pagrindo savojo svorio įtaką. Sistema „siena–pamatas–pagrindas“ nagrinėjama tamprioje darbo stadijoje kaip atskirų kūnų sąveika. Tokios problemos formulavimas leidžia pereiti nuo kontaktinių uždavinių prie kokybiškai naujų uždavinių sprendimo, kuriais bus įvertintas įtempimų ir deformacijų pasiskirstymas konstrukcijos pagrinde pagal plotį ir gylį. Straipsnyje suformuluoti matematiniai modeliai realizuoti taikant programinį paketą COSMOS/M. Nustatytas plokštės sienutės įtempimų deformacijų būvis, diskretizuojant sistemą „siena–pamatas–pagrindas“ į elementus, turinčius skirtingus fizinius mechaninius rodiklius.

### 2. Pagrindinės priklausomybės

Nagrinėjamas dviejų kūnų sistemos (konstrukcijos ir deformuojamo pagrindo) įtempimų ir deformacijų būvis. Sistemą sudaro konstrukcija, tūrio  $V_k$  ir pagrindas tūrio  $V_p$  (1 pav.). Ši sistema yra veikiamą išorinės apkrovos, kurią aprašysime vektorine funkcija  $\mathbf{q}(\mathbf{x}) \in S_f$ , bei savojo svorio vektoriais funkcijomis  $\mathbf{g}_k(\mathbf{x}) \in V_k$  ir  $\mathbf{g}_p(\mathbf{x}) \in V_p$ . Apkrovos ir savojo svorio intensyvumai bei kryptys žinomi. Ieškomą įtempimų ir deformacijų būvį konstrukcijoje aprašysime vektorinėmis funkcijomis  $\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) \in V_k$  ir  $\boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x}) \in V_k$ ,  $\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) \in V_k$ . Deformuojamo

pagrindo įtempimų ir deformacijų būvį aprašysime įtempimų vektorine funkcija  $\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) \in V_p$ , deformacijų vektoriumi funkcija  $\boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x}) \in V_p$  ir nuosėdžių vektorine funkcija  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) \in V_p$ . Sistemos „konstrukcija–pagrindas“ paviršių sudaro  $S = S_f \cup S_p \cup S_u$ , kur  $S_u$  – konstrukcijos ir pagrindo kontakto paviršius,  $S_p$  – pagrindo kraštinis paviršius.



1 pav. Sistema „konstrukcija–pagrindas“

Fig 1. System "construction–foundation"

Konstrukcijos ir deformuojamo pagrindo statiškai leistini įtempimų vektorinės funkcijos  $\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x})$  aprašomi statikos pusiausvyros lygtimis ir statinėmis kraštinėmis sąlygomis:

$$\left. \begin{aligned} -[A]\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}_k(\mathbf{x}) && \in V_k, \\ -[A]\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}_p(\mathbf{x}) && \in V_p, \\ [N]\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{q}(\mathbf{x}) && \in S_f, \\ [N]\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_u, \\ [N]\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_u, \\ \mathbf{p}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} && \in S_u, \\ [N]\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_p. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Čia diferencialinių statikos pusiausvyros lygčių operatorius

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & & & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} & \\ & \frac{\partial}{\partial x_2} & & \frac{\partial}{\partial x_1} & & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ & & \frac{\partial}{\partial x_3} & & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

ir statinių kraštinių sąlygų matrica

$$[N] = \begin{bmatrix} n_1 & & & n_2 & n_3 & \\ & n_2 & & n_1 & & n_3 \\ & & n_3 & & n_1 & n_2 \end{bmatrix}$$

Kinematiškai leistinų poslinkių ir deformacijų vektorinės funkcijos  $\mathbf{u}_k(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x})$  sistemoje „konstrukcija–pagrindas“ aprašomi geometrinėmis lygtimis:

$$\left. \begin{aligned} [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \in V_k, \\ [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \in V_p, \\ \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{s}(\mathbf{x}) \in S_u. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Ryšius tarp sistemos „konstrukcija–pagrindas“ įtempimų vektorinių funkcijų  $\boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x})$  ir deformacijų vektorinių funkcijų  $\boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x})$  aprašysime fizinėmis lygtimis. Šias lygtis suformuluosime konstrukcijai ir tampriam pagrindui:

$$\left. \begin{aligned} [D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= \boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x}) \in V_k, \\ [D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) &= \boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x}) \in V_p. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Čia  $[D_k]$ ,  $[D_p]$  – konstrukcijos ir pagrindo fizinių lygčių pasiduodamumo matricos, priklausančios atitinkamai nuo medžiagos tamprumo modulio  $E$ , deformacijų modulio  $E_0$  ir Puasono koeficientų  $\nu$  ir  $\nu_0$ . Konstrukcijos pasiduodamumo matrica:

$$[D_k] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & & & \\ -\nu & 1 & -\nu & & & \\ -\nu & -\nu & 1 & & & \\ & & & 2(1+\nu) & & \\ & & & & 2(1+\nu) & \\ & & & & & 2(1+\nu) \end{bmatrix}$$

Matrica  $[D_p]$  yra analogiškos struktūros.

Pagrindo kraštiniame paviršiuje  $S_p$  turi būti tenkinamos kraštinės sąlygos [3]:

$$[D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in S_p, \quad (4)$$

kur  $[D]$  – pagrindo pasiduodamumo matrica, kurios diagonaliniai elementai atvirkščiai proporcingi standumo rodikliui  $C$ .

### 3. Pilnoji lygčių sistema tikrajam įtempimų deformacijų būviui nustatyti

Statikos pusiausvyros, geometrinės ir fizinės lygtys bei kraštinės sąlygos (1)–(4) sudaro sistemos „konstrukcija–pagrindas“ pilnąją lygčių sistemą, aprašančią konstrukcijos ir pagrindo tamprųjų įtempimų ir deformacijų būvį. Eliminavus deformacijas  $\boldsymbol{\varepsilon}_k(\mathbf{x})$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_p(\mathbf{x})$  ir įtempimus  $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ , ji atrodo taip:

$$-[A] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_k(\mathbf{x}) \in V_k, \quad (5)$$

$$-[A] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_p(\mathbf{x}) \in V_p, \quad (6)$$

$$[D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) - [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in V_k, \quad (7)$$

$$[D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in V_p, \quad (8)$$

$$[D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in S_p, \quad (9)$$

$$[N] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{q}(\mathbf{x}) \in S_f, \quad (10)$$

$$[N] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) - [N] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in S_u, \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in S_u, \quad (12)$$

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \in S_u. \quad (13)$$

Plokštės sienutės ant tampraus pagrindo įtempimų-deformacijų būvis šiame matematiname modelyje aprašytas:

- statikos pusiausvyros lygtimis konstrukcijoje (5) ir pagrinde (6);
- konstrukcijos ir pagrindo geometrinėmis lygtimis (7) ir (8);
- kraštinėmis sąlygomis (9) pagrindo paviršiuje  $S_p$ ;
- statinėmis kraštinėmis sąlygomis (10) konstrukcijos paviršiuje  $S_f$ ;
- statinės ir kinematinės darnos sąlygomis (11) ir (12) konstrukcijos ir pagrindo kontakto paviršiuje  $S_u$ ;
- pagrindo reaktyvinių spaudimų ženklo ribojimo sąlyga (13).

#### 4. Variacinės uždavinio formuluotės

Sprendžiant tamprumo teorijos uždavinius baigti- nių elementų metodu paprastai yra realizuojama vieno- kia ar kitokia uždavinio variacinė formuluotė, nes tie- sioginis lygčių sistemos sprendimas yra pernelyg sudė- tingas. Nagrinėjamo uždavinio kai kurias variacines for- muluotes sudarome remiantis pilnutinės papildomosios energijos (Kastiljano) principu [3–5]: iš visų statiškai galimų įtempimų laukų sistemoje „konstrukcija–pagrin- das“ tikrasis yra tas, kuriam esant sistemos pilnutinė papildomoji energija yra minimali.

Sistemos pilnutinė papildomoji energija:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_k} \boldsymbol{\sigma}_k^T(\mathbf{x}) [D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) dV_k + \frac{1}{2} \int_{V_p} \boldsymbol{\sigma}_p^T(\mathbf{x}) [D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) dV_p + \frac{1}{2} \int_{S_p} \mathbf{p}_p^T(\mathbf{x}) [D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) dS_p,$$

o statiškai galimi įtempimų laukai aprašomi lygčių sis- tema (1). Todėl remiantis Kastiljano principu gauname tokią uždavinio statinę variacinę formuluotę:

$$\frac{1}{2} \int_{V_k} \boldsymbol{\sigma}_k^T(\mathbf{x}) [D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) dV_k + \frac{1}{2} \int_{V_p} \boldsymbol{\sigma}_p^T(\mathbf{x}) [D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) dV_p + \frac{1}{2} \int_{S_p} \mathbf{p}_p^T(\mathbf{x}) [D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) dS_p \Rightarrow \min \quad (14)$$

kai:

$$\left. \begin{aligned} -[A] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}_k(\mathbf{x}) && \in V_k, \\ -[A] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{g}_p(\mathbf{x}) && \in V_p, \\ [N] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{q}(\mathbf{x}) && \in S_f, \\ [N] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_u, \\ [N] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_u, \\ \mathbf{p}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} && \in S_u, \\ [N] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_p. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Ji leidžia nustatyti įtempimų pasiskirstymą konstruk- cijos ir pagrindo tūryje bei reaktyvinius spaudimus  $\mathbf{p}_p(\mathbf{x})$  pagrindo paviršiuje  $S_p$ .

Lagranžo daugiklių metodu sudarome dualią užda- vinio formuluotę:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \int_{V_k} \boldsymbol{\sigma}_k^T(\mathbf{x}) [D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) dV_k - \frac{1}{2} \int_{V_p} \boldsymbol{\sigma}_p^T(\mathbf{x}) [D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) dV_p - \\ & -\frac{1}{2} \int_{S_p} \mathbf{p}_p^T(\mathbf{x}) [D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) dS_p + \int_{V_k} \mathbf{u}_k^T(\mathbf{x}) \mathbf{g}_k(\mathbf{x}) dV_k + \\ & + \int_{V_p} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{g}_p(\mathbf{x}) dV_p + \int_{S_f} \mathbf{u}_k^T(\mathbf{x}) \mathbf{q}_k(\mathbf{x}) dS_f \Rightarrow \max \end{aligned} \quad (16)$$

kai:

$$\left. \begin{aligned} [D_k] \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) - [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in V_k, \\ [D_p] \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) - [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in V_p, \\ [D] \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) + \mathbf{s}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} && \in S_p, \\ \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{s}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} && \in S_u. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Šio uždavinio sąlygos aprašo kinematiškai leistinų konstrukcijos poslinkių ir pagrindo nuosėdžių laukų ai- bę, o tikslo funkcija, padauginta iš  $-1$ , išreiškia defor- muojamos sistemos pilnutinę potencinę energiją. Todėl ekstremumo uždavinys (16)–(17) išreiškia Lagranžo prin- cipą: iš visų kinematiškai galimų poslinkių ir nuosė- džių laukų sistemoje „konstrukcija–pagrindas“ tikrasis yra tas, kuriam esant deformuojamos sistemos pilnutinė potencinė energija minimali.

Šis matematinis modelis leidžia tiesiogiai nustatyti sistemos įtempimus ir poslinkius, tačiau yra nepatogus, nes turi daug nežinomųjų. Eliminuojuant įtempimų funk- cijas, jį galima supaprastinti. Iš (17) lygčių sistemos gauname priklausomybes:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_k(\mathbf{x}) &= [D_k]^{-1} [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) && \in V_k, \\ \boldsymbol{\sigma}_p(\mathbf{x}) &= [D_p]^{-1} [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) && \in V_p, \\ \mathbf{p}_p(\mathbf{x}) &= -[D]^{-1} \mathbf{s}(\mathbf{x}) && \in S_p. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Istatant šias įtempimų funkcijų išraiškas į tikslo funkciją (16), gaunama tokia uždavinio kinematinė for- muluotė:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \int_{V_k} \{ [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) \}^T [D_k]^{-1} [A]^T \mathbf{u}_k(\mathbf{x}) dV_k - \\ & -\frac{1}{2} \int_{V_p} \{ [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) \}^T [D_p]^{-1} [A]^T \mathbf{s}(\mathbf{x}) dV_p - \\ & -\frac{1}{2} \int_{S_p} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) [D]^{-1} \mathbf{s}(\mathbf{x}) dS_p + \int_{V_k} \mathbf{u}_k^T(\mathbf{x}) \mathbf{g}_k(\mathbf{x}) dV_k + \\ & + \int_{V_p} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{g}_p(\mathbf{x}) dV_p + \int_{S_f} \mathbf{u}_k^T(\mathbf{x}) \mathbf{q}_k(\mathbf{x}) dS_f \Rightarrow \max, \end{aligned} \quad (19)$$

kai sąlygos

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{s}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \in S_u. \quad (20)$$

Nežinomieji šiame uždavinyje yra tik kinematiniai dydžiai: konstrukcijos poslinkiai  $\mathbf{u}_k(\mathbf{x})$  ir pagrindo nuosėdžiai  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ . Nagrinėjamam plokščių sienučių ant tampraus pagrindo analizės uždaviniui apribojimas  $\mathbf{p}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \in S_u$  yra neesminis, nes maža tikimybė atsirasti tempimo įtempimams po pamato padu. Atmetus šį apribojimą iš uždavinio statinės formuluotės, kinematinės formuluotės nelygybė (20) tampa griežta lygybe:

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{s}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in S_u.$$

Iš pateiktų matematinių modelių lengviausiai yra realizuojamas modelis (19)–(20), tuo labiau, kad jo sprendimui galima pasinaudoti esamais kompiuteriniais tamprumo teorijos uždavinių sprendimo paketais. Jis sprendžiamas baigtinių elementų metodu, naudojant geometriškai darnius baigtinius elementus, kaip pagrindinius nežinomuosius imant poslinkius baigtinių elementų mazguose. Išsprendę uždavinį (19)–(20), nustatome konstrukcijos poslinkius ir deformuojamojo pagrindo nuosėdžius, o vėliau pagal formules (18) skaičiuojame įtempimus.

## 5. Skaičiavimo pavyzdys

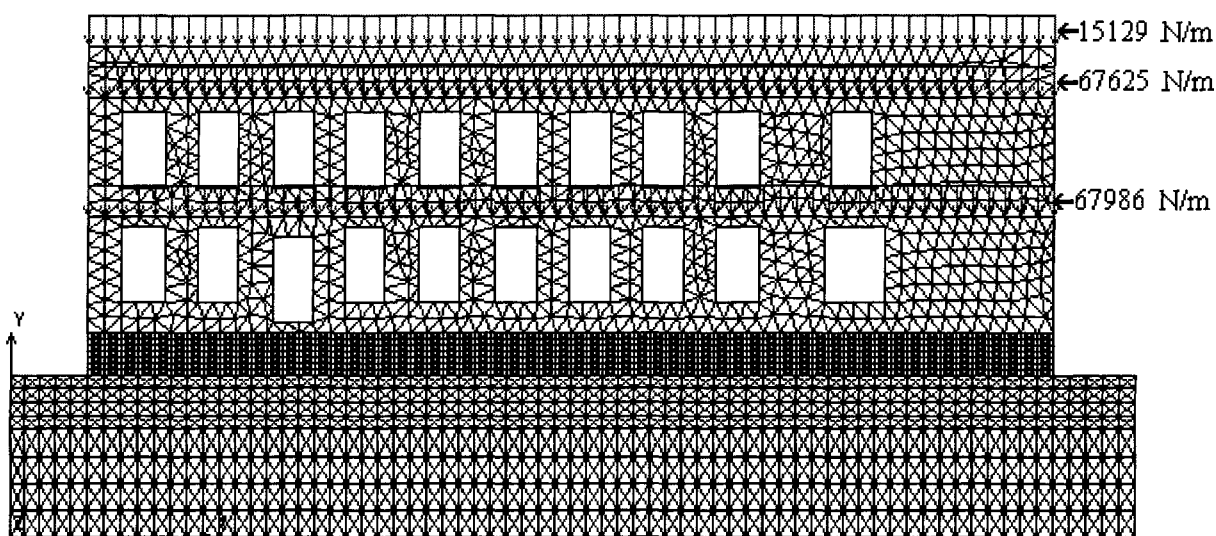
Šiame uždavinyje siena–pamatas–pagrindas nagrinėjami kaip vientisa sistema. Jos deformuotojo būvio

analizei naudojama COSMOS/M kompiuterinė programa [6].

Sistemos deformuotojo būvio analizė atliekama pagrindą modeliuojant dviem būdais. Pirmuoju atveju diskretiniame modelyje (2 pav.) pagrindas yra įvertinamas kaip tūrinis stačiakampio gretasienio formos elementas, iš apačios ir šonų apribotas baigtinio storio sluoksniu, deformuojamu pagal Vinklerio hipotezę, kurio standumo rodiklis  $C_1$ . Visas pagrindas yra vientisas, t. y. turi tokius pačius fizinius mechaninius rodiklius. Antruoju atveju diskretiniame modelyje visas pagrindas įvertinamas tik baigtinio storio sluoksniu, deformuojamu pagal Vinklerio hipotezę ir turinčiu standumo rodiklį  $C_2$ . Visi kiti duomenys abiem atvejams yra vienodi.

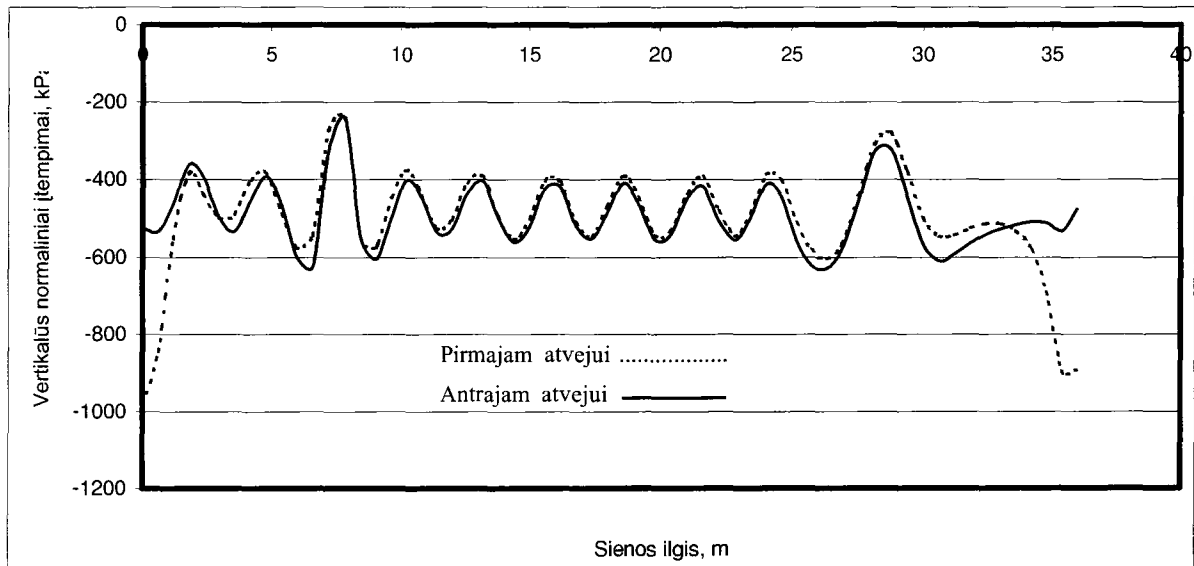
Siena: ilgis 36 m; aukštis 10,48 m; storis 0,8 m; tankis 1800 kg/m<sup>3</sup>; tamprumo modulis 7 000 000 kPa; skersinės deformacijos koeficientas 0,3; diskretizuota trikampio tipo baigtiniais elementais; veikia apkrovos nuo dviejų aukštų perdangų bei stogo.

Pamatas: ilgis 36 m; aukštis 0,65 m (apatinės dalies), 0,89 m (viršutinės dalies); storis 1,0 m (apatinės dalies), 1,2 m (viršutinės dalies); tankis 2000 kg/m<sup>3</sup> (apatinės dalies), 1800 kg/m<sup>3</sup> (viršutinės dalies); tamprumo modulis 3 542 000 kPa (apatinės dalies), 7 000 000 kPa (viršutinės dalies); skersinės deformacijos koeficientas 0,3; diskretizuota tetraedro tipo tūriniais baigtiniais elementais.



2 pav. Sistemos „siena–pamatas–pagrindas“ diskretizavimas baigtiniais elementais su pridėta apkrova

Fig 2. Finite elements and loading of system “wall–substructure–foundation”



3 pav. Normalinių įtempimų y ašies kryptimi pasiskirstymas ties sienos ir pamato riba

Fig 3. Distribution of normal stresses in y direction at the joint of wall and substructure

Pagrindas: ilgis 42 m; aukštis 6 m; plotis 7,2 m; grunto tankis 1660 kg/m<sup>3</sup>; deformacijos modulis 40 000 kPa; skersinės deformacijos koeficientas 0,3; diskretizuota tetraedro tipo tūriniais baigtiniais elementais; pagrindo standumo rodiklis bus:

Pirmajame diskretiniame modelyje:

$$C_1 = \frac{E_0}{(1-\nu_0)^2 \cdot H_{sl1}} = \frac{40\,000}{(1-0,3)^2 \cdot 3,6} = 22676 \text{ kPa/m.} \quad (21)$$

Antrajame diskretiniame modelyje:

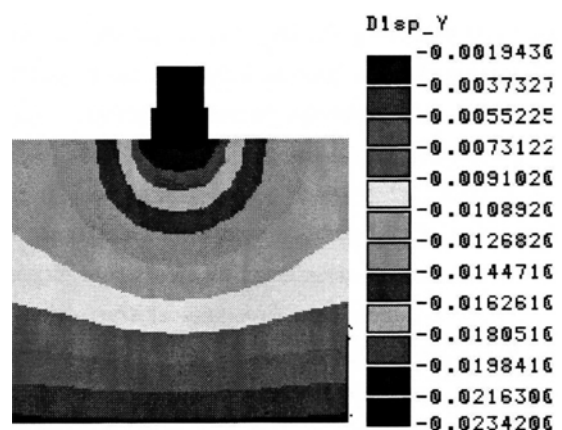
$$C_2 = \frac{E_0}{(1-\nu_0)^2 \cdot H_{sl2}} = \frac{40\,000}{(1-0,3)^2 \cdot (6+3,6)} = 8503 \text{ kPa/m;} \quad (22)$$

čia  $E_0$  – grunto deformacijų modulis;  $\nu_0$  – grunto skersinės deformacijos koeficientas;  $H_{sl1}$ ,  $H_{sl2}$  – deformuojamo pagrindo sluoksnio storiai pirmajam ir antrajam diskretiniams modeliams.

Deformuojamo pagrindo sluoksnio storis pirmajam skaičiavimo atvejui yra lygus pusei pagrindo tūrinio elemento pločio  $H_{sl1} = 7,2/2 = 3,6$  m. Antrajam skaičiavimo atvejui apatinė riba yra tame pačiame lygyje kaip ir deformuojamo pagrindo sluoksnio pirmojo skaičiavimo atvejui, todėl  $H_{sl2} = 6,0 + 3,6 = 9,6$  m.

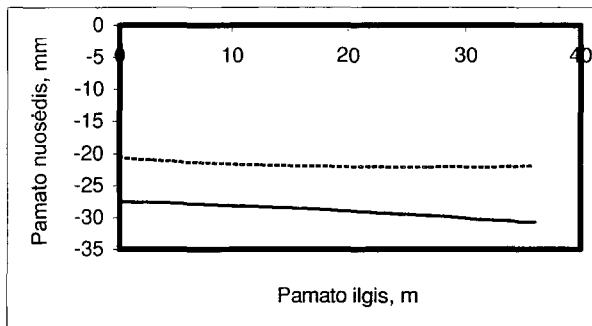
Analizuojant skaičiavimo rezultatus yra lyginami abiejų atvejų normaliniai įtempimai y ašies kryptimi sienos ir pamato susijungimo vietoje (3 pav.), pamato nuosėdžiai (4 ir 5 pav.) ir reaktyviniai spaudimai po pamato padu (6 pav.).

Iš šių rezultatų matome būdingus pamato ir pagrindo nuosėdžius skersiniame pjūvyje (4 pav.). Vidutiniai reaktyviniai spaudimai po pamato padu (išskyrus reaktyvinių spaudimų koncentracijas po pamato padu kraštais) pirmajam skaičiavimo atvejui yra ~21%



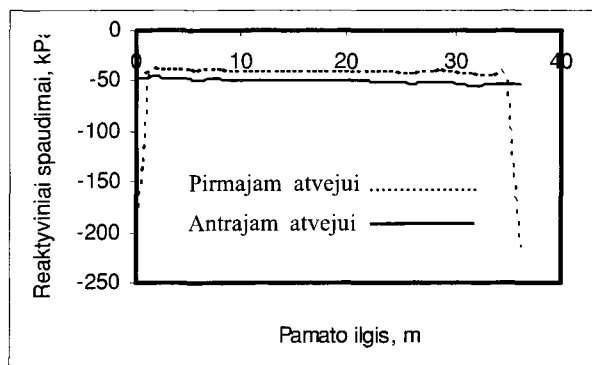
4 pav. Vertikaliųjų poslinkių ir nuosėdžių pasiskirstymas skersiniame pamato ir pagrindo pjūvyje

Fig 4. Distribution of the substructure and foundation displacements in y direction (cross-section)



5 pav. Nuosėdžių po pamato padu pasiskirstymas

Fig 5. Distribution of displacements in  $y$  direction under the substructure



6 pav. Reaktyvinių spaudimų  $y$  ašies kryptimi po pamato padu pasiskirstymas

Fig 6. Distribution of normal stresses in  $y$  direction under the substructure

mažesni. Skaičiavimo metodas leidžia įvertinti ne tik kontaktinių įtempimų (reaktyvinių spaudimų) netolygų pasiskirstymą skersine pamato kryptimi, bet ir reaktyvinių spaudimų koncentraciją pamato kraštuose, t. y. zonoje, kur pirmiausia atsirastų plastinės deformacijos, nes čia  $\mathbf{p}_j(\mathbf{x}) > \mathbf{R}_j(\mathbf{x})$ . Pamato nuosėdžiai pirmajam skaičiavimo atvejui taip pat gaunami ~28% mažesni. Normaliniai įtempimai  $y$  ašies kryptimi ties sienos ir pamato riba abiem skaičiavimo atvejais skiriasi labai nedaug, tik sienos kraštuose, kaip ir po pamatu, pirmuoju skaičiavimo atveju šie įtempimai yra didesni.

Normalinių įtempimų  $y$  ašies kryptimi netolygus pasiskirstymas ties sienos ir pamato riba (6 pav.) akivaizdžiai rodo, kad pasiūlyta skaičiavimo metodika leidžia įvertinti santykinio sistemos „konstrukcija–pamatas“ standumo pasikeitimą nagrinėjamos sienos ilgyje.

## 6. Išvados

1. Išnagrinėtas konstrukcijos ant tampraus pagrindo skaičiavimas kaip sienos pamato ir pagrindo sąveikos uždavinys leidžia pereiti nuo kontaktinių tokio tipo uždavinių sprendimo prie įtempimų ir deformacijų būvio įvertinimo pagal tamprumo teorijos metodus.

2. Suformuluoti matematiniai modeliai leidžia įvertinti ne tik bendrą sistemos „konstrukcija–pamatas–pagrindas“ įtempimų deformacijų būvį, bet ir tiksliai atitinka jų praktinį realizavimą kompiuterinės programos paketu COSMOS/M.

3. Gauti skaičiavimo rezultatai (pirmasis atvejis) parodė, kad galima įvertinti ne tik įtempimų bei poslinkių pasiskirstymo spektrą konstrukcijoje, bet ir nuosėdžių bei reaktyvinių spaudimų pasiskirstymą pamato skersine, išilgine kryptimis, taip pat pagal pagrindo gylį.

4. Pasiūlyta skaičiavimo metodika leidžia tiksliau įvertinti ne tik konstrukcijos, bet ir gruntinio pagrindo savojo svorio įtaką įtempimų ir deformacijų pasiskirstymui sistemoje „konstrukcija–pagrindas“.

## Literatūra

1. М. И. Горбунов-Поссадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. Расчет конструкций на упругом основании. Москва: Стройиздат, 1984. 678 с.
2. J. E. Bowles, Foundation Analysis and Design, 4<sup>th</sup> Edn. McGraw-Hill, New York, 1988. 750 p.
3. Л. А. Розин. Вариационные постановки задач для упругих систем. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. 224 с.
4. A. Krutinis. Mathematical models for design of elastic structures on deformable ground // Lithuanian Journal of Computational Mechanics, Vol 33, 1993, p. 108–116.
5. S. Kalanta. Relations and transformations of extremum energy principles for deformable body // Statyba, Nr. 1(9). Vilnius: Technika, 1997, p. 49–64.
6. COSMOS/M. Designer II. A Complete Design Analysis System. Version 1.2. Structural Research and Analysis Corporation. Los Angeles, California. Copyright 1996. 276 p.

Įteikta 2000 10 11

## ANALYSIS OF CONSTRUCTION ON ELASTIC FOUNDATION WITH EVALUATION OF ALL SYSTEM DEAD WEIGHT

A. Grigusevičius, S. Kalanta, A. Krutinis

### Summary

Solution of constructions on an elastic foundation was formulated as the contact problem [1], [2]. With such a for-

mulation the stress and strain state is investigated at the contact of construction and foundation. Therefore, we can not evaluate the influence of elastic foundation dead weight for stress and strain distribution in the soil. The aim of this article is to solve this pressing problem, which allows to define in more precise way the stress and strain state in the system, and to evaluate not only the dead weight of the construction, but also the dead weight of foundation. The system “construction-substructure-foundation” is investigated as an interaction of separate bodies. Such a formulation allows to go over from solving contact problems to the solution of qualitatively new problems in which the distribution of stresses and strains in foundation along the depth is evaluated. Mathematical models in this article are realised by computer programme COSMOS/M. The stress-strain state is determined by describing the system “wall-substructure-foundation” of elements with different physical-mechanical indices.

.....  
**Andrius GRIGUSEVIČIUS.** PhD student. Dept of Structural Mechanics. Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al. 11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: a-grig@hotmail.com

A graduate of Vilnius Gediminas Technical University, civil engineer (1998), MSc (2000). Research interests: structural mechanics, analysis and optimisation of elastic-plastic structures on deformable ground.

.....  
**Stanislovas KALANTA.** Doctor, Assoc Prof. Dept of Structural Mechanics. Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al. 11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: kal@st.vtu.lt

PhD (1974, structural mechanics). Research visits: Sankt-Petersburg Polytechnical Institute, Kiev Civil Engineering Institute. Research interests: computational mechanics, finite element method, analysis and optimisation of elastic-plastic structures.

.....  
**Antanas KRUTINIS.** Doctor, Assoc Prof. Dept of Structural Mechanics. Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al. 11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: akr@st.vtu.lt

PhD (1971, structural mechanics). Research visits: Moscow Civil Engineering Institute, Kiev Civil Engineering Institute, Weimar Higher School of Architecture and Civil Engineering. Research interests: analysis and optimisation of elastic-plastic structures on deformable ground.