GEODESY AND CARTOGRAPHY
ISSN 2029-6991 print / ISSN 2029-7009 online
2011 Volume 37(4): 159–160
http://dx.doi.org/10.3846/13921541.2011.645340

UDK 528.14

APIE OPTIMIZAVIMO PROCEDŪRAS TOPOLOGINIUOSE UŽDAVINIUOSE

Jonas Skeivalas

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
El. paštas jonas.skeivalas@vgtu.lt*

Įteikta 2011 10 05; priimta 2011 11 21

Santrauka. Nagrinėjamas matematinių procedūrų atvejis, kai sprendžiant optimizavimo uždavinius taikoma atitinkama minimizavimo funkcija. Atliekant kai kurias procedūras, pvz., topologinių transformacijų uždaviniuose, taikoma minimizavimo funkcija neturi minimumo taško, todėl funkcijos minimizavimo nustatymo sprendinys yra nevienareikšmis, t. y. turime begalinį sprendinių skaičių. Tokiu atveju taikomas genetinis algoritmas sprendžia uždavinį iteraciniu metodu, apskaičiuodamas parametrų reikšmes pagal mažiausiuosius nuokrypius nuo nominaliųjų reikšmių. Straipsnyje pateikiama teorinė analizė, kaip nustatoma, kad neegzistuoja optimizavimo funkcijos minimumas (sprendinio daugiareikšmiškumas), kai žemės sklypų plotų riboms optimizuoti kadastro žemėlapiuose taikomos topologijos transformacijos.

Reikšminiai žodžiai: optimizavimas, topologija, kadastro žemėlapis, genetinis algoritmas, iteracija.

1. Įvadas

Lietuvos nekilnojamojo turto kadastro žemėlapiai sudaromi pagal valstybinę koordinačių sistemą LKS 94. Kadangi kartografiniai duomenys skirtingos kokybės, žemės sklypų ribas žymintys taškai yra nevienodo tikslumo, nes ženklinami nuo skirtingų aukštesnės klasės valstybinio geodezinio tinklo taškų. Skirtingais laikotarpiais, skirtingų darbų vykdytojų ir nevienodu tikslumu paženklintas gretimų žemės sklypų ribas būtina derinti ir optimizuoti. Nekilnojamojo turto kadastro žemėlapių sudarymo metodiką reglamentuoja atitinkami Lietuvos Respublikos Vyriausybės nuostatai (Lietuvos Respublikos... 2002). Taigi atsiranda teorinė ir praktinė žemės sklypų ribų kadastro žemėlapiuose bei kitose ūkio srityse optimizavimo problema, kurią mokslo straipsniuose bandoma spręsti taikant topologijos metodus bei genetinius algoritmus (Jonauskienė *et al.* 2011; Goldberg 1989; Shu-Guang 2008).

Optimizavimo uždaviniuose taikant optimizavimo funkcijas tokių funkcijų minimumo egzistavimas iš anksto nėra numatomas, o genetinis algoritmas, spręsdamas uždavinį iteraciniais metodais, nustato parametrų reikšmes su kiek galima mažiausiais nuokrypiais nuo nominaliųjų verčių. Straipsnyje pateikiami metodai, kuriais taikant nustatoma, kad egzistuoja optimizavimo funkcijų minimumas.

2. Teorinių prielaidų analizė

Nagrinėsime teorinį ir praktinį atvejį, kai atliekant fizinio proceso optimizavimą taikomos funkcijos minimumo sąlyga neegzistuoja. Tai gali būti tiesinių ar netiesinių funkcijų variantai, pvz., sprendžiant optimizavimo problemą žemės sklypų kadastriniuose žemėlapiuose, kai optimizavimo sąlyga (Jonauskienė *et al.* 2011) yra

$$F = \sum (P - P') = \sum \Delta P \rightarrow \min, \qquad (1)$$

čia P – kadastrinių matavimų metu nustatyti sklypų plotai; P' – optimizuotieji plotai.

Žemės sklypų plotai nustatomi pagal riboženklių koordinates, taikant formules (Skeivalas, Aleknienė 2004):

$$P = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) = \frac{1}{2} X^T \Delta\overline{Y}, \qquad (2)$$

arba $$P = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} y_i (x_{i-1} - x_{i+1}) = \frac{1}{2} Y^T \Delta\overline{X}, \qquad (3)$$

čia x_i, y_i – taškų koordinatės, $X = (x_1, ..., x_n)^T$, Y $=$ $(y_1, ..., y_n)^T$, $\overline{\Delta X} = (\overline{\Delta x_1}, ..., \overline{\Delta x_n})^T$, $\overline{\Delta Y} = (\overline{\Delta y_1}, ..., \overline{\Delta y_n})^T$.

Optimizavimo procese taikant genetinį algoritmą, sklypų riboženklių koordinatės keičiamos taip, kad optimizuotų plotų P' nuokrypiai ΔP nuo išmatuotų plotų P būtų minimalūs bei optimizuotų koordinačių ir sklypų plotų nuokrypiai nuo išmatuotųjų atitiktų norminius reikalavimus (Lietuvos Respublikos... 2002; Nekilnojamojo daikto... 2006).

Parodysime, kad funkcijos (1) min neegzistuoja, ir funkcijos optimizavimas gali būti nustatytas tik tam tikrų reikšmių intervalo. Funkcijos (1) minimumo sprendinys gaunamas iš lygčių sistemos, sudarytos nustačius funkcijos F dalinių išvestinių išraiškas pagal visus argumentus, t. y. optimizuotas ploto P' koordinates x_i, y_i, jas prilyginus nuliui ir gautą lygčių sistemą išsprendus. Taigi galima rašyti:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial F}{\partial x_1}=\dfrac{\partial\sum\Delta P}{\partial x_1}=\overline{\Delta y_1}=0 \\ \text{-----------------} \\ \dfrac{\partial F}{\partial x_n}=\dfrac{\partial\sum\Delta P}{\partial x_n}=\overline{\Delta y_n}=0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_1}=\dfrac{\partial\sum\Delta P}{\partial y_1}=\overline{\Delta x_1}=0 \\ \text{-----------------} \\ \dfrac{\partial F}{\partial y_n}=\dfrac{\partial\sum\Delta P}{\partial y_n}=\overline{\Delta X_n}=0 \end{array}\right\}. \tag{4}$$

Turime $2n$ lygčių sistemą, kurioje nustatomų argumentų, t. y. optimizuojamų koordinačių x_i, y_i skaičius taip pat lygus $2n$, bei visų lygčių laisvieji nariai lygūs nuliui. Taigi lygčių sistema (4) yra homogeninė sistema.

Lygčių sistema (4) matricų išraiška:

$$A\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}=0, \tag{5}$$

čia A – koeficientų prie nežinomųjų x_i, y_i kvadratinė matrica, kai koeficientai yra sveikieji skaičiai, lygūs 0, –1 arba + 1.

Homogeninė sistema $A\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}=0$ turi sprendinį $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}\neq 0$, jeigu matrica A yra išsigimusioji, t. y. kai jos determinantas $\det A=0$. Šiuo atveju sprendinių skaičius yra begalinis (Markuze 1990; Drozdov 1972). Sistemos (5) matrica A yra išsigimusioji, nes jos $\det A=0$. Tai rodo sąlyga $c_1e_1+...+c_{2n}e_{2n}=0$, kuri tinka esant visoms $c_i\neq 0$. Pastarojoje išraiškoje vektoriai e_i yra matricos A stulpelių vektoriai. Matricoje A kiekvieno stulpelio koeficientų suma lygi nuliui, todėl matricos A $\det A=0$.

Atlikus teorinę analizę akivaizdu, kad vienareikšmis optimizavimo funkcijos (1) minimumas neegzistuoja, nes dalinių išvestinių lygčių sistemos (4) sprendinys yra nevienareikšmis, t. y. egzistuoja begalinis sprendinių skaičius. Taikant genetinį algoritmą galima iteraciniais metodais nustatyti optimizavimo funkcijos parametrų reikšmes su kuo mažiausiais nuokrypiais nuo nominaliųjų reikšmių.

3. Išvados

Atlikus teorinę analizę galima teigti:

1. Siūlomas patikimas teorinis metodas taikomoms optimizavimo funkcijoms tikrinti, ar egzistuoja jų minimumo taškas.
2. Parodyta, jog sprendžiant kai kuriuos topologinius uždavinius taikomas genetinis algoritmas iteraciniais metodais nustato optimizavimo funkcijos parametrų reikšmes su kuo mažiausiais nuokrypiais nuo nominaliųjų arba projektinių reikšmių.

Literatūra

Drozdov, N. D. 1972. *Lineinaja algebra v teoriji uravnivanija izmerenij.* Moskva: Nedra. 214 s. (in Russian).

Goldberg, D. E. 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning*. New York: Addison-Wesley.

Jonauskienė, J.; Zakarevičius, A.; Aksamitauskas, V. Č.; Šešok, D. 2011. Genetinio algoritmo taikymas žemės sklypų ribų topologijai optimizuoti nekilnojamojo turto kadastro žemėlapyje, *Geodesy and Cartography* 37(2): 84–90. doi:10.3846/13921541.2011.597097

Lietuvos Respublikos nekilnojamojo turto kadastro nuostatai [Regulations of Real Property Cadastre of the Republic of Lithuania], *Valstybės žinios* 2002, 41-1539.

Markuze, J. J. 1990. *Osnovy uravnitelnych vyčislenij*. Moskva: Nedra. 240 s. (in Russian).

Nekilnojamojo daikto ribų žymėjimo nekilnojamojo turto kadastro žemėlapyje ir kadastro žemėlapio tikslinimo techniniai reikalavimai [Technical requirements for boundary marking the property objects in the real property cadastral map and revision of cadastral map]. 2006, *Valstybės žinios 8-311.*

Shu-Guang, Li. 2008. Genetic algorithm for solving dynamic simultaneous route and departure time equilibrium problem, *Transport* 23(1): 73–77. doi:10.3846/1648-4142.2008.23.73–77

Skeivalas, J.; Aleknienė, E. 2004. Koordinačių matavimo tikslumas, nustatant kadastrinių sklypų plotus, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 30(3): 71–74. doi:10.1080/13921541.2004.9636645

Jonas SKEIVALAS. Prof. Dr Habil. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705, e-mail: *jonas.skeivalas@vgtu.lt*.

Author of 3 monographs and more than 150 research papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.